Vol parabolique zéro G

Astronautes du programme Mercury à l'entraînement à bord d'un Convair C-131 lors d'un vol parabolique en 1959.

Avant – propos

A la sortie de la Seconde guerre mondiale, Soviétiques et Américains entament de vastes programmes de recherche afin de préparer la conquête spatiale et les futurs vols habités. Une partie de ces programmes a pour objectifs l'évaluation des dangers relatifs à l'espace et de développer la médecine spatiale.
Américains et Russes utilisent des fusées afin de soumettre des animaux à la micropesanteur. L'US Air Force met en œuvre les surplus de fusées V2 récupérées après la guerre. Ces fusées offrent deux à trois minutes de micropesanteurs mais souffrent de nombreux problèmes de mises en œuvre.

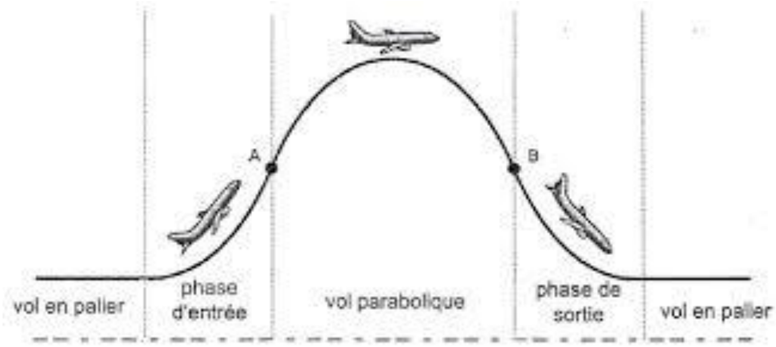
En mai 1950 deux scientifiques allemands, Fritz et Heinz Haber définissent une méthode pour obtenir plusieurs dizaines de secondes de micropesanteur avec un aéronef. Leur publication est la première proposition concrète pour réaliser un vol habité dans de telles conditions.

En 1953 l'US Air Force inaugure un ambitieux programme de vols paraboliques en avion. Outre l'aspect médical et physiologique, ces vols permettront de vérifier l'aptitude de l'homme à réaliser des tâches simples en apesanteur, et permettront aussi de mettre au point le matériel d'instrumentation nécessaire aux futures missions spatiales.

On se propose dans ce document d'étudier les principales caractéristiques d'un vol parabolique, on mettra à profit cette étude pour revenir sur les notions de force de gravitation et de poids.

1. **Caractéristiques du vol parabolique.**

Au printemps 2015, l'Airbus A310 Zero-G a réalisé ses premiers vols opérationnels. Pour que les astronautes embarqués soient en apesanteur dans le référentiel de l'avion, il est nécessaire que ce dernier soit en chute libre.



Entre les points A et B, l'avion est en chute libre

Rappelons que dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, un corps est en chute libre lorsqu'il est <u>seulement et uniquement</u> soumis à son propre poids, à l'exclusion de toutes autres forces.
L'Airbus A310 Zero-G est exploité par une filiale du CNES. Sur le site internet de cette filiale, nous trouvons les données relatives au vol parabolique de l'appareil :

- Angle par rapport au plan horizontal à l'amorce de la parabole : 50°
- Altitude à l'amorce et à la sortie de la parabole : 7600 m
- Vitesse à l'amorce de la parabole : 460 $km.h^{-1}$
- Altitude au sommet de la parabole : 8000 m
- Vitesse au sommet de la parabole : 240 $km.h^{-1}$
- Durée d'apesanteur : 22 s
- Masse de l'appareil : 150 t

Nous allons commencer par vérifier, par des considérations énergétiques, que la trajectoire suivie par l'avion est modélisable par une chute libre. Rappelons que cette force est <u>conservative</u>. L'énergie mécanique est donc conservée lorsque le système est en chute libre.

A l'amorce de la parabole, l'altitude de l'avion est de 7600 m et sa vitesse de 460 $km.h^{-1}$
L'énergie mécanique de l'appareil est donc :

$$Em_{amorce} = E_{cinétique\_amorce} + E_{potentielle\_amorce}$$

Soit

$$Em_{amorce} = \frac{1}{2} * 1{,}5 * 10^5 * \left(\frac{460}{3{,}6}\right)^2 + 1{,}5 * 10^5 * 9{,}81 * 7600 = 124{,}27 * 10^8 J \qquad (1)$$

Au sommet de la parabole, l'altitude de l'avion est de 8000m et sa vitesse de 240 $km.h^{-1}$

$$Em_{sommet} = E_{cinétique\_sommet} + E_{potentielle\_sommet}$$

Soit :

$$Em_{sommet} = \frac{1}{2} * 1{,}5 * 10^5 * \left(\frac{240}{3{,}6}\right)^2 + 1{,}5 * 10^5 * 9{,}81 * 8000 = 121{,}05 * 10^8 J \qquad (2)$$

On remarque que Em_{amorce} et Em_{sommet} ont des valeurs légèrement différentes. L'erreur relative est :

$$Erreur_{\ relative} = \left(\frac{121{,}05 * 10^8}{124{,}27 * 10^8} - 1\right) * 100 = -2{,}6\%$$

L'appareil n'est pas réellement en chute libre, puisqu'il existe une faible différence entre Em_{amorce} et Em_{sommet}. On prendra cependant pour hypothèse que l'énergie mécanique est conservée et donc que l'aéronef est en chute libre.

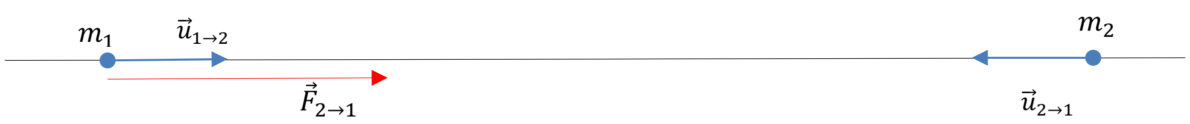
2. Etude de la variation de l'intensité de la pesanteur en fonction de l'altitude.

Nous allons commencer par un rappel sur les notions de force de gravitation et de poids.

Force de gravitation-définition

Deux points matériels de masse $m_1$et m_2 distants de r s'attirent réciproquement. Ces forces ont la même droite d'action et sont de sens opposés.

Leur valeur commune est donnée par la loi de Newton.



Les vecteurs $\vec{u}_{1\to2}$ et $\vec{u}_{2\to1}$ sont des vecteurs unitaires. La loi de Newton peut s'exprimer sous deux formes.

1ère forme de la loi de Newton

$$\vec{F}_{2\to1} = G * \frac{m_1 . m_2}{r^2} \vec{u}_{1\to2} \qquad (3)$$

2ème forme de la loi de Newton

$$\vec{F}_{2\to1} = -G * \frac{m_1 . m_2}{r^2} \vec{u}_{2\to1} \qquad (4)$$

Les formules (3) et (4) expriment l'action de m_2 sur m_1.

D'après le principe action-réaction (3ème loi de Newton), la masse $m_1$exerce sur la masse $m_2$une force dont l'expression est:

$$\vec{F}_{1\to 2} = G * \frac{m_1.m_2}{r^2}\ \vec{u}_{2\to 1} \qquad (5)$$

$$\vec{F}_{1\to 2} = -G * \frac{m_1.m_2}{r^2}\ \vec{u}_{1\to 2} \qquad (6)$$

soit,

$$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1} \qquad (7)$$

Notons que G est la constante de gravitation universelle : $G = 6{,}674 * 10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

Poids-définition

Le poids $\vec{P}$ d'un corps de masse m correspond principalement à la force d'attraction qu'exerce la Terre sur lui.

Nous pouvons écrire :

$$\|\vec{P}\| = mg \qquad (8)$$

Cette expression n'est rien de moins que la relation fondamentale de la dynamique. En l'associant avec la formule de la force de gravitation on obtient,

$$G\frac{M_T.m}{R_T^2} = mg \qquad (9)$$

Où,
G est la constante de gravitation universelle.
M_T est la masse de la Terre : $5{,}972 * 10^{24} kg$
R_T est le rayon de la Terre :6371 km

Il vient :

$$\boxed{g = G\frac{M_T}{R_T^2} \qquad (10)}$$

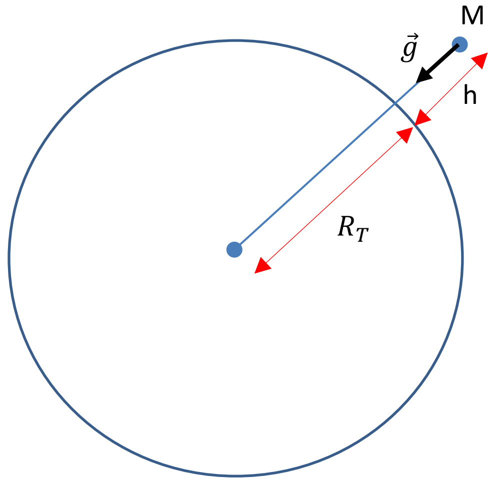
Application numérique.

$$g = 6{,}674 * 10^{-11} * \frac{5{,}972 * 10^{24}}{(6371 * 10^3)^2} = 0{,}981 * 10^{24} * 10^{-23} = 9{,}81 m.s^{-2}$$

Les notions de forces de gravitation et de poids étant précisées, venons-en à la variation du champ de pesanteur en fonction de l'altitude, étude préalable indispensable avant celle du mouvement de l'avion.

Variation du champ de pesanteur en fonction de l'altitude.

Imaginons un objet situé à une hauteur h de la surface de la Terre :



Rappelons que la seule force à laquelle est soumis l'objet M de masse m est son poids. La relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire :

$$m\vec{a} = \vec{F} = m\vec{g} \qquad (11)$$

Nous avons vu (10) que le module de $\vec{g}$ dépend du rayon de la Terre. Si l'objet M est situé à une hauteur h de la surface de la Terre, l'expression (10) évolue de la manière suivante :

$$g(h) = G * \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \qquad (12)$$

Cherchons maintenant la dérivée de g par rapport à h, la définition de la dérivée nous permet d'écrire :

$$\frac{d(g)}{dh} = \lim_{h \to 0} \frac{g(h) - g(0)}{h}$$

A la limite,

$$\frac{d(g)}{dh} = \frac{g(h) - g(0)}{h} \quad pour\ h \to 0 \qquad (13)$$

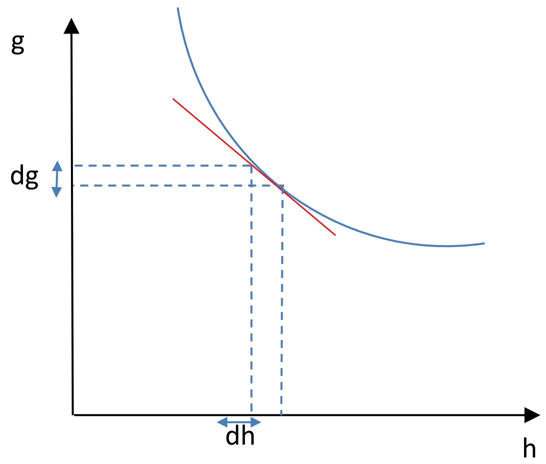
Multiplions les deux membres par h :

$$h\frac{d(g)}{dh} = g(h) - g(0) \qquad (14)$$

soit,

$$g(h) = h\frac{d(g)}{dh} + g(0) \qquad (15)$$

On remarque que la représentation graphique de l'expression (15) est une droite. En conséquence, pour de faibles variations de la hauteur h, g varie linéairement.



Remplaçons d(g) dans l'expression (15) par l'expression (12) :

$$g(h) = h\frac{d\left(G * \frac{M_T}{(R_T + h)^2}\right)}{dh} + g(0) \qquad (16)$$

Il s'agit maintenant de dériver l'expression $G * \frac{M_T}{(R_T+h)^2}$ par rapport à h. Cette opération, si elle ne représente pas de difficultés techniques particulières, n'a cependant rien d'intuitif pour un débutant. Nous allons donc procéder pas à pas.
Dans un premier temps posons $u = (R_T + h)$, nous avons donc,

$$\frac{d\left(G * \frac{M_T}{(R_T + h)^2}\right)}{dh} = \frac{d\left(G * \frac{M_T}{(u)^2}\right)}{du} * \frac{du}{dh}$$

$$\frac{d\left(G * \frac{M_T}{(R_T + h)^2}\right)}{dh} = \frac{d(G * M_T * u^{-2})}{du} * \frac{d(R_T + h)}{dh}$$

$$\frac{d\left(G * \frac{M_T}{(R_T + h)^2}\right)}{dh} = -2G * M_T * u^{-3} * 1 = -2\frac{G * M_T}{(R_T + h)^3}$$

En conséquence, après l'opération de dérivation, l'expression (16) devient :

$$g(h) = g(0) \; - \; 2\frac{G * M_T}{(R_T + h)^3}h \qquad (17)$$

Ou encore :

$$g(h) - g(0) = - \; 2\frac{G * M_T}{(R_T + h)^3}h \qquad (18)$$

On divise les deux membres par $g(0)$:

$$\frac{g(h) - g(0)}{g(0)} = -\ 2\frac{G * M_T * h}{(R_T + h)^3} * \frac{1}{g(0)} \qquad (19)$$

Or nous vu plus haut que :

$$g(0) = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

L'expression (19) devient :

$$\frac{g(h) - g(0)}{g(0)} = -\ 2\frac{G * M_T * h}{(R_T + h)^3} * \frac{R_T^2}{G * M_T} \qquad (20)$$

Soit,

$$\frac{g(h) - g(0)}{g(0)} = -\ \frac{2 * h * R_T^2}{(R_T + h)^3} \qquad (21)$$

Si $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{R_T}$, alors :

$$\boxed{\frac{\Delta g}{g(0)} = -\frac{2 * h * R_T^2}{R_T^3} = -\frac{2 * h}{R_T} \qquad (22)}$$

Cette expression exprime la variation relative de g en fonction de h. On remarque que g décroît avec l'altitude.

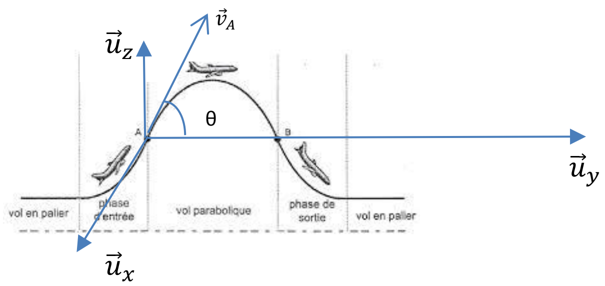
Application.
Selon les données, l'altitude atteinte par l'aéronef au sommet de la parabole est de 8000 m. La variation relative de g est donc :

$$\frac{\Delta g}{g(0)} = \frac{2 * 8}{6371} = 2{,}5 * 10^{-3}$$

L'accélération de la pesanteur diminue de 0,25% à 8000m d'altitude, la variation de g est donc très faible et nous pouvons, en première approximation, la considérer comme constante dans le cadre de cette étude.
Maintenant que nous savons que g est constante, nous allons pouvoir nous pencher sur la trajectoire suivie par un objet en chute libre.

3 Recherche des équations horaires de l'aéronef.

Au référentiel terrestre considéré comme galiléen dans lequel évolue l'avion, on associe un repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.



Ceci étant fait, nous pouvons rechercher les coordonnées de l'appareil en fonction du temps Pour cela nous appliquons la relation fondamentale de la dynamique.
L'appareil étant en chute libre entre les points A et B, nous pouvons écrire :

$$m\vec{a} = m\vec{g} \quad => \quad \vec{a} = \vec{g} \qquad (23)$$

La R.F.D. est la seule relation dont nous disposons, malheureusement elle ne nous nous permet pas de connaître directement la position de l'avion. Tout ce nous connaissons se limite à l'accélération, il faudra donc procéder par étape.
Ecrivons les coordonnées du vecteur accélération :

$$\vec{a}\begin{pmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{pmatrix} \quad donc \quad \vec{g}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -g\end{pmatrix} \quad \text{où } g > 0 \qquad (24)$$

En conséquence les composantes du vecteur accélération de l'objet sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 0\\ \ddot{y} &= 0\\ \ddot{z} &= -g\end{aligned} \qquad (25)$$

L'étape suivante consiste à intégrer les équations précédentes en fonction du temps afin de déterminer les composantes du vecteur vitesse de l'avion :

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 0\\ \ddot{y} &= 0\\ \ddot{z} &= -g\end{aligned} \quad => \quad \begin{aligned}\dot{x} &= C_1\\ \dot{y} &= C_2\\ \dot{z} &= -gt + C_3\end{aligned} \qquad (26)$$

Où C_1, C_2, C_3 sont des constantes d'intégration que nous déterminons en considérant les valeurs initiales des grandeurs que nous connaissons. Ces grandeurs sont les composantes du vecteur $\vec{v}_A$ à l'instant $t = 0$, date initiale qui correspond au passage de l'avion au point A.
soit,

$$\vec{v}_A\begin{pmatrix}0\\ v_A\cos\theta\\ v_A\sin\theta\end{pmatrix} \qquad (27)$$

Où θ est l'angle que fait l'aéronef avec l'horizontal au point A, les composantes de son vecteur vitesse sont donc :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 0\\ \dot{y} &= v_A\cos\theta\\ \dot{z} &= -gt + v_A\sin\theta\end{aligned} \qquad (28)$$

La dernière étape consiste à intégrer les équations (28), afin de déterminer la position de l'appareil en fonction du temps. On obtient :

$$\begin{aligned}x(t) &= C_4\\ y(t) &= v_A\cos\theta\, t + C_5\\ z(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_A\sin\theta t + C_6\end{aligned} \qquad (29)$$

Il s'agit là encore de déterminer les constantes d'intégration en considérant les conditions initiales. A l'instant t=0, l'appareil se situe au point A qui correspond à l'origine de notre repère, en conséquence :

$$C_4 = 0$$
$$C_5 = 0$$
$$C_6 = 0$$

Les équations horaires de l'aéronef sont donc :

$$\begin{aligned} x(t) &= 0 \\ y(t) &= v_A\ \cos\theta\ t \\ z(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_A \sin\theta t \end{aligned} \qquad (30)$$

On remarque que l'avion se déplace dans le plan yOz. Il s'agit maintenant de vérifier la validité de nos résultats, c'est l'objet du prochain paragraphe.

4 Recherche de la durée d'apesanteur.

La durée d'apesanteur est la durée nécessaire à l'appareil pour revenir à la même altitude c'est-à-dire au point B. L'altitude est égale à zéro dans le repère choisi.
Il convient donc de résoudre l'équation $y(t) = 0$

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_A \sin\theta t = 0$$

$$t\left(-\frac{1}{2}gt + v_A \sin\theta\right) = 0$$

$t = 0$ est solution, mais nous ne la retenons pas, elle correspond en effet à la position de l'appareil au point A. Il vient :

$$-\frac{1}{2}gt + v_A \sin\theta = 0$$

$$-gt + 2v_A \sin\theta = 0$$

soit,

$$t = \frac{2v_A \sin\theta}{g} \qquad (31)$$

Application numérique

$$t = \frac{2\left(\frac{460}{3,6}\right)\sin 50}{9,81} = 20s$$

Ce résultat est cohérent avec les données fournies par l'exploitant de l'appareil.

5 Conclusion.

Nous venons d'étudier succinctement le principe du vol zero-G, nous avons vu que dans la phase de vol parabolique, l'avion ne subissait que son propre poids ce qui signifie que la portance de l'appareil est nulle pendant la durée de cette phase.

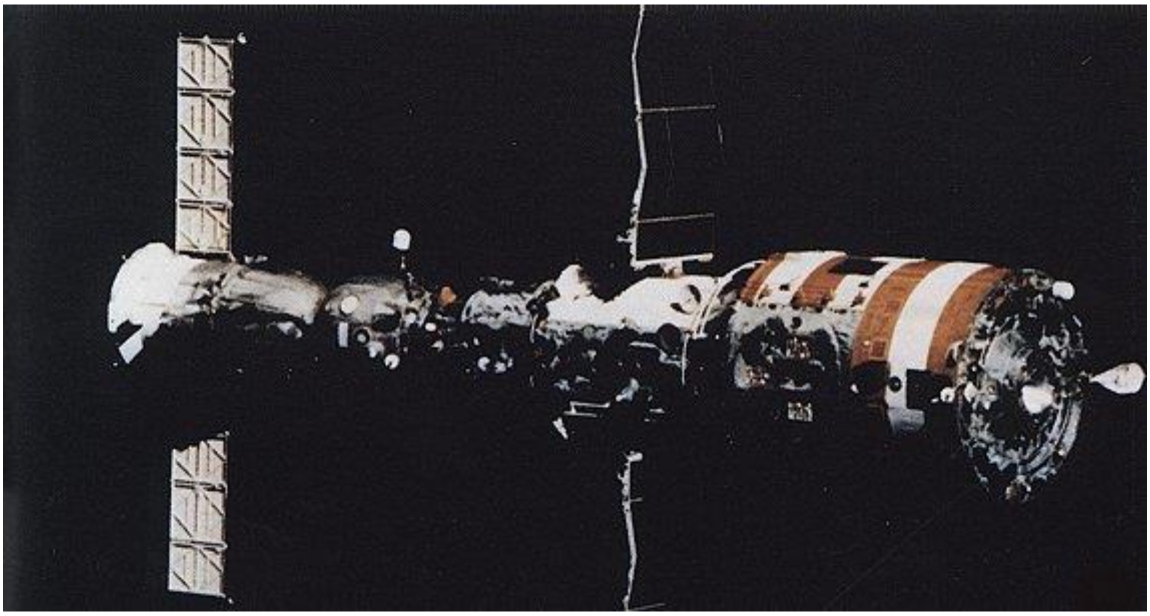
Le prédécesseur de l'Airbus A310 zero-G

Cependant, en modifiant les paramètres initiaux du vol parabolique (vitesse, angle d'amorçage) il est possible de simuler la pesanteur lunaire ou bien celle de Mars. Dans ces conditions, la portance de l'appareil est non nulle.

Les fusées-sondes sont également utilisées et fonctionnent selon le même principe. Lancées verticalement, elles décrivent ensuite une trajectoire balistique suborbitale de nature parabolique. Des durées comprises entre 6 et 15 minutes sont ainsi obtenues.

La fusée-sonde Maxus de l'ESA, elle peut embarquer jusqu'à 780 kg de matériel.

Le moyen idéal reste bien entendu la satellisation, elle permet un état d'apesanteur permanent. La trajectoire décrite est toujours une conique mais fermée sur elle-même.
Le 19 avril 1971, l'Union Soviétique mis en orbite Saliout 1, la première station spatiale habitable.



Saliout 7, dernière station spatiale du programme Saliout, lancée le 19 avril 1982 et à bord de laquelle séjourna Jean-Loup Chrétien, premier spationaute français. A gauche, amarré à la station, on distingue le vaisseau Soyouz. A bord de l'ensemble, la chute libre est permanente.

Décembre 2017

Thierry Piou.